

Congruences - 1 : Relations, modulo, etc.

NOM et PRENOM : *Il faut tout justifier et expliquer!*

1. Partie A - Les relations suivantes sont-elles réflexives, symétriques, transitives? Expliquez vos réponses.

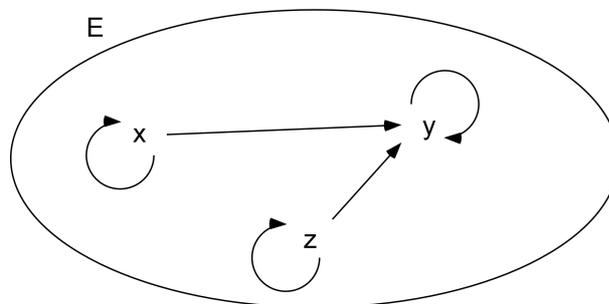
a. Dans \mathbb{R} : $x\mathcal{R}y \iff xy \leq 0$.

b. Dans \mathbb{R} : $x\mathcal{R}y \iff x = \pm y$.

Partie B - c. Prouvez que la relation dans \mathbb{Z} : $x\mathcal{R}y \iff x - y$ est multiple de 5 est une relation d'équivalence.

d. Donnez les classes d'équivalence de cette relation.

Partie C - e. Quelles sont les propriétés de la relation donnée par son diagramme sagittal?



2. Déterminez la table des inverses modulo 12. Expliquez pourquoi vous écartez certains nombres. Que constate-t-on?

3. a. Déterminez $\phi(24)$ selon la définition (sans les formules!).

b. Calculez $\phi(1'559'250)$.

c. Calculez $11^{743} \bmod 51$.

d. Calculez $PGDC(630; 378)$.