Die Gerade - 1. Teil - CORRIGE

Man muss alles rechtfertigen !

1. Gegeben sind die Punkte $A(3;2)$, $B(9;-1)$, $C(7;7)$. Bestimmen Sie

a. eine Parametergleichung der Geraden AB;

b. zwei andere Punkte der Geraden AB;

c. eine Parametergleichung der Parallelen zu AB durch C;

d. eine Parametergleichung der Seitenhalbierenden des Dreiecks ABC durch B.

Lösung : a. Aus $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ folgt zum Beispiel $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

b. Zum Beispiel, für $k = 2$: $P_2(15;-4)$ und für $k = 3$: $P_3(21;-7)$.

c. $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$.

d. Sei $M(5;\frac{9}{2})$ der Mittelpunkt der Strecke AC. Die gesuchte Gerade ist BM :

$$\text{Aus} \quad \overrightarrow{BM} = \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix} \quad \text{folgt} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

2. Gegeben sind die Geraden $d\ :\ 3x+2y-5=0$ und $g\ :\ 4x-7y+11=0$. Bestimmen Sie

a. drei Punkte der Geraden d;

b. den Neigungswinkel der Geraden d;

c. die Koordinaten des Schnittpunktes zwischen d und g, sowie den spitzen Schnittwinkel;

d. die Koordinatengleichng der Parallelen zu g durch den Punkt $Q(4;4)$;

e. eine Parametergleichung der Geraden g.

Lösung : a. Zum Beispiel $(0;\frac{5}{2})$, $(\frac{5}{3};0)$ und $(1;1)$.

b. Es gilt $d\ :\ 3x+2y-5=0 \Leftrightarrow y=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$. Die Steigung von d ist $m_d=-\frac{3}{2}$. Aus der Formel $m=\tan\alpha$ folgt $\tan\alpha=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow \alpha \cong -56,31°$

c. Schnittpunkt : $S(\frac{13}{29};\frac{53}{29})$. Die Steigung von d ist $m_d=-\frac{3}{2}$.

Da $g\ :\ 4x-7y+11=0 \Leftrightarrow y=\frac{4}{7}x+\frac{11}{11}$, ist die Steigung von $g\ :\ m_g=\frac{4}{7}$. Daraus folgt der Schnittwinkel :

$$\tan\Phi=\left|\frac{m_g-m_d}{1+m_dm_g}\right|=\frac{29}{2} \Leftrightarrow \Phi \cong 86,05°$$

d. Aus Satz 1 folgt $p\ :\ 4x-7y+c=0$. Q gehört zu p : $4\cdot 4-7\cdot 4+c=0 \Leftrightarrow c=12$. Schliesslich $p\ :\ 4x-7y+12=0$.

e. Die Steigung von g ist $\frac{4}{7}$. Ein Richtungsvektor ist zum Beispiel $\vec{v}_g=\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix}$. Der Punkt $S(\frac{13}{29};\frac{53}{29})$ von Teilangabe c gehört zu g :

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{13}{29}\\\frac{53}{29}\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix}$$