

Exponential- und Logarithmusfunktionen (2. Jahr) - CORRIGE

Man muss alles begründen !

1. Berechnen Sie (ohne Taschenrechner) :

a. $\exp_3(2)$ b. $\exp_{\frac{2}{3}}(-3)$ c. $\exp_7(0)$ d. $\exp_8(\frac{2}{3})$
 e. $\log_2 16$ f. $\log(\sqrt{1000})$ g. $\ln \frac{1}{e}$ h. $\log_{16} 4$.

Lösung : a. $\exp_3(2) = 3^2 = 9$ b. $\exp_{\frac{2}{3}}(-3) = (\frac{2}{3})^{-3} = (\frac{3}{2})^3 = \frac{27}{8}$

c. $\exp_7(0) = 7^0 = 1$ d. $\exp_8(\frac{2}{3}) = 8^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$

e. $\log_2 16 = \log_2(2^4) = 4 \log_2 2 = 4$ f. $\log(\sqrt{1000}) = \log(10^{\frac{3}{2}}) = \frac{3}{2} \log 10 = \frac{3}{2}$

g. $\ln \frac{1}{e} = -\ln e = -1$ h. $\log_{16} 4 = \log_{16} \sqrt{16} = \log_{16} 16^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{16} 16 = \frac{1}{2}$.

2. Während einer Fussballmeisterschaft, nimmt der Bierverkauf jeden Tag durchschnittlich um 4% zu. Nach dem Eröffnungsspiel (erster Tag) werden 10'000 Liter Bier verkauft. Am 30. Tag findet das Finale statt.

- a. Wieviel Liter Bier werden am zweiten Tag verkauft ? am dritten Tag ?
 b. Bestimmen Sie die Funktion $B(t)$, welche den Bierverkauf am Tag t darstellt.

Falls Sie die Funktion $B(t)$ nicht gefunden haben, nehmen Sie für die Folge :

$$B(t) = (1.04)^{t-2} \cdot 11'000$$

- c. Wieviel Liter Bier werden am zehnten Tag verkauft ? nach dem Finale ?
 d. An welchem Tag werden genau 25'000 Liter Bier verkauft ? (Lösen Sie sorgfältig die passende Gleichung).

Lösung : a. Am 1. Tag : 10'000 Liter. Am 2. Tag : $10'000 + 4\% \cdot 10'000 = (1.04)10'000 = 10'400$ Liter. Am 3. Tag : $(1.04) \cdot 10'400 = (1.04)^2 \cdot 10'000 = 10'816$ Liter.

- b. An jedem Tag muss man das Resultat des vorigen Tages mit 1.04 multiplizieren. Da $B(1) = 10'000$, gilt

$$B(t) = (1.04)^{t-1} \cdot 10'000$$

c. $B(10) = (1.04)^9 10'000 \cong 14'233.18$ Liter und $B(30) = (1.04)^{29} 10'000 \cong 31'186.51$ Liter.

d. Zu lösen ist $B(t) = (1.04)^{t-1} \cdot 10'000 = 25'000 \Leftrightarrow (1.04)^{t-1} = 2.5 \Leftrightarrow t-1 = \log_{1.04}(2.5) \Leftrightarrow t = 1 + \frac{\ln(2.5)}{\ln(1.04)} \cong 24.36$. Am 25. Tag werden 25'000 Liter Bier verkauft.

(Mit der Formel $B(t) = (1.04)^{t-2} \cdot 11'000$ lauten die Antworten : c. 15'054.26 und 32'985.74; d. am 23. Tag).

3. Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion $\ln(x^2 - 10x + 21)$.

Lösung : Die Bedingung ist $x^2 - 10x + 21 = (x-3)(x-7) > 0$. Daraus folgt (mit Hilfe einer Zeichentabelle) : $D(f) =]-\infty; 3[\cup]7; +\infty[$.

4. Lösen Sie die folgenden Gleichungen (4 Zahlen nach dem Komma) :

a. $3^x = 7$

b. $\log_x(32) = -5$

Lösung : a. $3^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_3 7 = \frac{\ln 7}{\ln 3} \cong 1.77124$

b. $\log_x(32) = -5 \Leftrightarrow 32 = x^{-5} = \frac{1}{x^5} \Leftrightarrow x^5 = \frac{1}{32} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} = \frac{1}{2}$.