Exponential- und Logarithmusfunktion

Begründen Sie Ihre Antworten!

1. Berechnen Sie (und kürzen Sie):

a.
$$\exp_7(2) =$$

b.
$$\exp_{\frac{3}{2}}(3) =$$

c.
$$\exp_{64}\left(-\frac{2}{3}\right) =$$

d.
$$\log_2\left(\frac{1}{32}\right) =$$

e.
$$\log_{144}(\sqrt[3]{12}) =$$

2. Lösen Sie die folgenden Gleichungen, inkl. Definitionsbereich. Gefragt ist zuerst die genaue Antwort, dann – wenn es keine ganze oder rationale Zahl ist – ein Näherungswert mit 4 Ziffern nach dem Komma.

a.
$$4^x = 7$$

b.
$$\log_x 81 = 4$$

c.
$$\log_{\frac{81}{16}} x = \frac{1}{4}$$

d.
$$\log_3(x+3) = 2 + \log_3(2x-1)$$

e.
$$\log_3 x = \log_3 5 + 2\log_3 4 - 3\log_3 10 + \frac{1}{3}\log_3 64$$

- 3. Teil A Am 1. Januar 2018 hatte die Stadt Piccardtown genau 800 Einwohner. Die jährlichen Zunahme der Einwohnerzahl beträgt 3%. Wie viele Einwohner wird es
 - a. am 1. Januar 2019 geben?
 - b. am 1. Januar 2025 geben?
 - c. An welchem **Datum** wird es genau 2000 Einwohner geben?
 - Teil B NUR RENFORCES: Eine zweite Stadt, Augustown, hatte am 1. Januar 2018 genau 1500 Einwohner. Jedes Jahr nimmt die Einwohnerzahl 8% ab. Wie lange dauert es, bis Piccardtown und Augustown gleich viele Einwohner haben (Antwort in Jahren, mit 4 Ziffern nach dem Komma)?
- **4.** a. Beweisen Sie : $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x \log_a y$.
 - b. Für welche Werte von a, x und y ist diese Formel gültig?