

Algèbre Linéaire – 2

NOM et PRENOM : *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. Théorie

Soient E et F des espaces vectoriels et f une application linéaire de E vers F .

- a. Prouvez le résultat suivant : $\text{Ker}(f)$ est un sous-espace vectoriel de E .
- b. Prouvez le résultat suivant : *L'image par f d'une famille génératrice de E est une famille génératrice de $f(E)$.*
- c. Quelle condition minimale l'application doit-elle remplir pour que l'image par f d'une base de E soit une famille génératrice de F ?

2. Soit h de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^3 définie par $h((x; y; z)) = (3x - y + 3z; x - y - z; -2x + 3y + 5z)$.

- a. Prouvez que h est un endomorphisme.
- b. Déterminez la matrice H de h (avec les détails), le noyau et l'image de h .
- c. h est-elle injective ? Justifiez.
- d. h est-elle surjective ? Justifiez.
- c. Quel est le rang de h ?