

## Analyse - 5 : Dérivées - Episode II / 90 min.

NOM et PRENOM : ..... *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. Etudiez la fonction  $f$  donnée par

$$f(x) = \frac{5x^2 + 16x + 12}{x^2 + 4x + 3} \quad \text{et} \quad f''(x) = \frac{-8x^3 - 18x^2 + 18}{(x^2 + 4x + 3)^3}$$

On demande :

- $ED(f)$  ;
- la parité ;
- le signe de  $f$  ;
- les équations des asymptotes, y.c. la position relative du graphe relativement à l'asymptote horizontale ou oblique ;
- $EC(f)$  ;
- la croissance de  $f$ , y.c. les coordonnées des éventuels extrema ;
- la courbure de  $f$ , y.c. les coordonnées des éventuels points d'inflexion – **pas besoin de calculer  $f''$  ni le seul zéro de  $f''$  qui est : 0.85** ;
- le graphe de  $f$ .

Tournez s.v.p. ./.

2. On donne la fonction  $f$  par  $f(x) = \frac{3 \sin(x) + 1}{\cos(x)}$  et  $f'(x) = \frac{3 + \sin(x)}{\cos^2(x)}$ .
- a. Déterminez  $ED(f)$  et la période de  $f$ .

Pour la suite, dans un intervalle dont la longueur est la période, déterminez :

- b. le signe de  $f$  ;
- c. les asymptotes ;
- d. la dérivée seconde  $f''$  ;
- e. la courbure de  $f$ , y.c. les coordonnées des éventuels points d'inflexion.
- f. Prouvez que  $Z\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$  est un centre de symétrie du graphe de  $f$ .

**3. Morges 2005.**

Une personne veut construire un cabanon à outils de  $4 \text{ m}^3$  en forme de parallélépipède rectangle le long d'un mur de sa maison. Il n'y a pas besoin de faire un sol, et le mur de la maison est utilisé pour faire une des parois du cabanon. Pour des raisons pratiques, la paroi parallèle au mur de la maison doit être à 1 m de ce mur. Si les parois latérales reviennent à 50 Frs le  $\text{m}^2$  et le plafond à 100 Frs le  $\text{m}^2$ , quelles sont les dimensions qu'il faut donner à ce cabanon pour que son coût soit minimal ?