Statistiques - 2ème partie : variable aléatoire continue

NOM et PRENOM : ..... *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. Considérons l'ensemble des classes des gymnases vaudois. On admet que la variable aléatoire X correspondant au nombre de feuilles d'excuses reçues annuellement par les doyens suit une loi normale $\mathcal{N}(245; 15)$.

Partie A – On choisit une classe au hasard. Déterminez les probabilités suivantes :

a. $P(X < 230)$ b. $P(240 < X < 270)$ c. $P(X > 260)$

Partie B – d. Déterminez l'intervalle symétrique autour de la moyenne dans lequel se trouvent 40% des classes.

Partie C – On estime que sur les excuses reçues, 40% ne sont pas valables. On tire au sort (tirages considérés comme indépendants) 158 excuses et on demande la probabilité qu'exactement 90 d'entre elles ne soient pas valables. Pour cela :

e. Donnez la formule correspondante de la loi binômiale (vérifiez qu'elle s'applique).

f. Donnez une approximation (si elle s'applique) du résultat avec une loi normale.

2. La durée (en minutes) nécessaire au remplacement d'un écran de smartphone est une variable aléatoire suivant une loi exponentielle. Le temps moyen est de 45 minutes.

a. Donnez la densité de probabilité et la fonction de répartition correspondantes.

b. Quelle est la probabilité qu'il faille plus de 60 minutes pour remplacer un écran ?

3. Une fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est définie par

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{, si } x < 0 \\ C(x^2 - 9), & \text{, si } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{, si } x > 3 \end{cases}$$

a. Déterminez la valeur de la constante C, de sorte que f soit une densité de probabilité.

b. Donnez la fonction de répartition correspondante.