

Equations différentielles d'ordre 1

NOM et PRENOM : *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. Résolvez les équations différentielles suivantes :

- $13y' - 9y = 0$, sachant que $y(0) = 2$.
- $y' - 9y = e^{4x}$, à l'aide d'un facteur intégrant.
- $3y' + 6y = 10$, sans facteur intégrant.

2. Un Kingsman¹ saute d'un avion d'une hauteur de 8000 mètres. Lorsqu'il atteint la vitesse de 24 m/s, il ouvre son parapluie en titane renforcé et crée ainsi une résistance de l'air égale à $\frac{Pv^2}{16}$, où P est le poids total du Kingsman (avec son parapluie) et v sa vitesse.

- Déterminez la vitesse du Kingsman en fonction du temps ($t = 0$ à l'ouverture du parapluie). *Indications : gardez g jusqu'à la fin du calcul et dans la réponse. Si vous n'avez pas trouvé l'équation différentielle, utilisez*

$$g = \frac{16v'}{16 - v^2}$$

- Quelle sera sa vitesse limite ?

3. Un réservoir contient 200 litres de liquide salé avec 1 kg de sel. Le mélange reste homogène par brassage continu. 2 litres de ce mélange s'écoulent chaque minute du réservoir alors que, simultanément, 3 litres d'eau avec 1% de sel s'y ajoutent. Notons $x(t)$ la quantité de sel (en kg) présente à l'instant t (en minutes) dans le réservoir. Déterminez l'équation différentielle modélisant le système (ne la résolvez pas !)

1. un cascadeur pour ceux qui n'ont pas la réf!