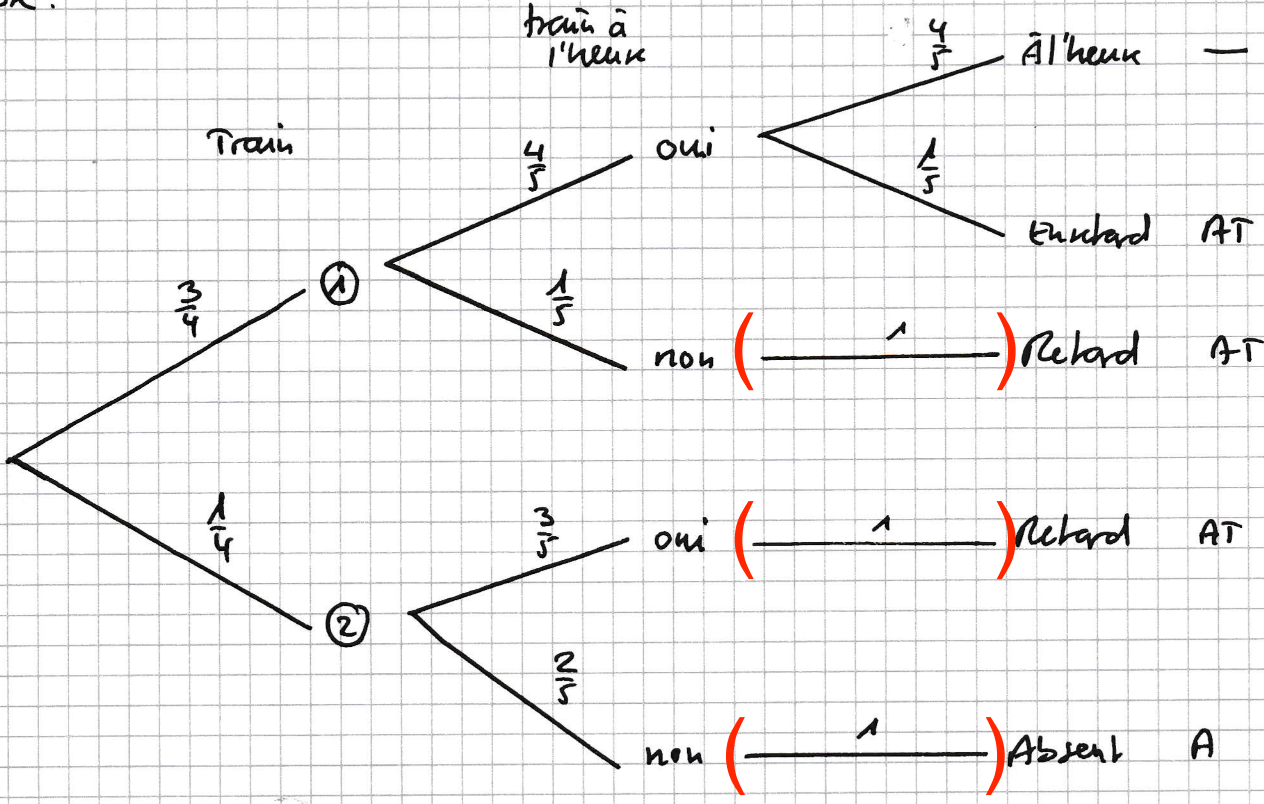
Problème 1.

a. Arbre :



$$p(\text{à l'heure}) = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5} = \frac{48}{100} = 0{,}48$$

b. $$p(\text{retard}) = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5} = \frac{12}{100} + \frac{3}{20} + \frac{3}{20} = \frac{12+15+15}{100} = \frac{42}{100} = \frac{21}{50} = 0{,}42.$$

c. $$p(\text{Train } 1 \mid \text{en retard}) = \frac{p(\text{Train } 1 \cap \text{en retard})}{p(\text{en retard})} = \frac{\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}\cdot 1}{\frac{21}{50}} = \frac{\frac{12+15}{100}}{\frac{42}{100}} = \frac{27}{42} = \frac{9}{14}$$

$$\approx 0{,}643.$$

d. $$p(5 \times \text{à l'heure}) = \underbrace{C_5^{15}}_{\text{positions des } 5\,H} \cdot \underbrace{(0{,}48)^5}_{5\,H} \underbrace{(0{,}52)^{10}}_{10\,\bar{H}} = 0{,}1106.$$

e. $$p(\geq 1 \times H) = 1 - p(0 \cdot H) = 1 - p(n \times R) = 1 - p(R)^n = 1 - (0{,}52)^n > 99{,}999\,\% = 0{,}99999$$

$$\iff (0{,}52)^n < 0{,}00001 \overset{\log_{0,52}\ \text{décr.}}{\iff} n > \log_{0,52} 0{,}00001 = \frac{\ln 0{,}00001}{\ln 0{,}52} \approx 17{,}61$$

Il faut avoir au moins 18 lundis !

2. Un groupe de Mathématiques est composé de 15 élèves : 6 portant un pull orange et 9 portant un pull vert. On tire au sort au hasard 5 élèves de ce groupe. Quelle est la probabilité :

Fractions puis arrondi

a. qu'il n'y ait que des élèves avec des pulls orange ?

b. qu'il y ait au moins un élève en orange ?

c. qu'il y ait plus d'élèves en pulls orange que vert ?

d. Dans ce groupe, deux élèves précis ne veulent absolument pas se retrouver ensemble dans la sélection. Quelle est la probabilité que la sélection formée remplisse cette condition ?

$$a.\ p(5\text{orange}) = \frac{\overbrace{C_5^6}^{5\text{ or. parmi }6}}{\underbrace{C_5^{15}}_{\text{cas possibles}}} = \frac{6}{3003} = \frac{2}{1001} \cong 0{,}001998.$$

$$b.\ p(\geq 1\text{orange}) = 1-p(0\text{orange}) = 1-p(5\text{vert}) = 1-\frac{C_5^9}{C_5^{15}} = 1-\frac{126}{3003} = \frac{2877}{3003} \cong 0{,}958$$

$$c.\ p(\#\text{or} > \#\text{vert}) = p(3\text{or}+2\text{v})+p(4\text{or}+1\text{v})+p(5\text{or}) = \frac{\overset{3\text{or}}{C_3^6}\cdot \overset{2\text{v}}{C_2^9}}{C_5^{15}} + \frac{\overset{4\text{or}}{C_4^6}\cdot \overset{2\text{v}}{C_1^9}}{C_5^{15}} + \frac{\overset{a}{6}}{3003} =$$

$$= \frac{20\cdot 36}{3003} + \frac{15\cdot 9}{3003} + \frac{6}{3003} = \frac{861}{3003} = \frac{287}{1001} \cong 0{,}287$$

$$d.\ p(2\text{ évités}) = 1-p(2\text{ présents}) = 1-\frac{\overset{(2\text{ pris})}{1}\cdot \overset{13\ (\text{autres})}{C_3^{13}}}{3003} = 1-\frac{286}{3003} = \frac{2717}{3003} = \frac{19}{21} \cong 0{,}9048.$$

---

3. On jette deux dés équilibrés. Déterminez la probabilité des événements suivants :

Fraction simplifiée !

A : les deux dés montrent la même face

B : les deux dés montrent des faces différentes

C : un dé au moins montre un 2

D : la somme des points est 8

E : la somme des points est inférieure ou égale à 5.

$A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66\}$: $|A| = 6$; $|\Omega| = 36$ d'où $p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6}$

$B = \bar{A} \Rightarrow p(B) = 1-p(A) = 1-\frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

$C = \overline{\{\text{aucun } 2\}}$. $p(C) = 1-p(\text{aucun } 2) = 1-\frac{5\cdot 5}{36} = 1-\frac{25}{36} = \frac{11}{36} = 0{,}30\overline{5}$

[M2 : $\overline{C} = \{11, 13, 14, 15, 16, 31, 33, 34, 35, 36, \dots, 66\}$: $|\overline{C}| = 25$ d'où $p(\overline{C}) = \frac{25}{36}$]

$D = \{26, 35, 44, 53, 62\}$. D'où $p(D) = \frac{5}{36} \simeq 0{,}13\overline{8}$

$E = \{11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 31, 32, 41\}$ d'où $p(E) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} = 0{,}2\overline{7}$