10 **Problème 1.**

Calculer : (Simplifier ce qui est simplifiable). f, g : valeurs exactes !

a. $\int (4x^5 + 3x^3 - 9x^2 + 8x - 1)\,dx = \frac{2}{3}x^6 + \frac{3}{4}x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x + c.$ 1,5

b. $\int \frac{35}{x^8}\,dx = 35\int x^{-8}\,dx = 35\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)x^{-7} + c = -\frac{5}{x^7} + c.$ 0,5 1

c. $\int \sqrt[3]{x^2}\,dx = \int x^{\frac{2}{3}}\,dx = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + c = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + c = \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + c$ 0,5 1

d. $\int \sin(2x)\,dx = -\frac{1}{2}\cos(2x) + c.$ 1

e. $\int (8x+2)(4x^2+2x+9)^5\,dx = \frac{1}{6}(4x^2+2x+9)^6 + c$ 0,5

f^5

$f' = 8x+2$ 0,5

f. $\int_1^3 (x^2-6x+2)\,dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 2x\right)\Big|_1^3 = (9-27+6) - \left(\frac{1}{3} - 3 + 2\right) =$ 0,5

$= -12 + 1 - \frac{1}{3} = -11 - \frac{1}{3} = -\frac{34}{3}.$ 1

g. $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \cos\left(\frac{x}{2}\right)dx = \frac{1}{\frac{1}{2}}\sin\left(\frac{x}{2}\right)\Big|_{\pi/3}^{\pi/2} = 2\sin\left(\frac{x}{2}\right)\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = 2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - 2\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) =$ 1

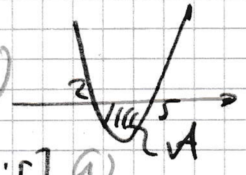
$= 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - 2\cdot\frac{1}{2} = \sqrt{2} - 1.$ 1

---

5 **Problème 2.**

Calculer l'aire du domaine borné du plan délimité par le graphe de $f(x) = x^2 - 7x + 10$ et l'axe Ox.

• Zéros : $f(x) = x^2 - 7x + 10 = (x-2)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$ 1



• Signe dans $[2;5]$: $f(3) = 9 - 21 + 10 = -2 < 0$: $f \le 0$ dans $[2;5]$. 1

Alors : $-A = \int_2^5 (x^2 - 7x + 10)\,dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 10x\right)\Big|_2^5 =$ 0,5 0,5 0,5

$$= \left(\frac{125}{3} - \frac{175}{2} + 50\right) - \left(\frac{8}{3} - 14 + 20\right) = \frac{250 - 525 + 300}{6} - \frac{8 - 42 + 60}{3} =$$

1

$$= \frac{25}{6} - \frac{26}{3} = \frac{25 - 52}{6} = -\frac{27}{6} = -\frac{9}{2}$$; d'où $A = \frac{9}{2}$. 0,5

---

3) Problème 3.

D'une fonction f on sait que $f'(x) = 12x^2 - 14x + 1$ et $f(2) = -3$.
Déterminer $f(-1)$.

- On a : $f(x) = \int f'(x)\,dx = 4x^3 - 7x^2 + x + c$. 1

  Or $-3 = f(2) = 4 \cdot 8 - 7 \cdot 4 + 2 + c = 6 + c \Leftrightarrow c = -9$. 1

  Ainsi $f(x) = 4x^3 - 7x^2 + x - 9$.

- Finalement : $f(-1) = 4 \cdot (-1)^3 - 7(-1)^2 + (-1) - 9 = -4 - 7 - 1 - 9 = -21$. 1

18