Problème 1. QUESTIONS INDÉPENDANTES

On donne les points $A(1;3)$, $B(4;-1)$, $C(6;15)$.

a. Déterminer une éq. paramétrique de la droite AB et donner la pente de cette droite.

$$AB: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}}_{\vec{OA}} + k \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}}_{\vec{AB}} \quad ; m = \frac{-4}{3}.$$

b. Déterminer une éq. paramétrique de la parallèle à AB issue de C.

$$p: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 6 \\ 15 \end{pmatrix}}_{\vec{OC}} + k \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}}_{\vec{AB}}$$

c. Déterminer une équation paramétrique de la médiane du triangle ABC issue de A.

Cette médiane passe par A et par le milieu $M(5;7)$ de BC. Donc :

$$AM: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}}_{\vec{OA}} + k \underbrace{\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}}_{\vec{AM}}$$

d. Déterminer l'équation cartésienne de la droite AC.

$$AC: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 1+5k \\ y = 3+12k \end{cases} \left| \begin{array}{l} 12 \\ -5 \end{array} \right. \rightarrow 12x - 5y = -3 \Leftrightarrow 12x - 5y + 3 = 0$$

e. Déterminer l'équation cartésienne de la médiatrice du segment BC.

$$\left. \begin{array}{l} \text{on a : } med \perp \vec{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 16 \end{pmatrix} \Rightarrow med: 2x + 16y + k = 0 \\ M_{BC}(5;7) \in med: \quad 2 \cdot 5 + 16 \cdot 7 + k = 0 \Leftrightarrow k = -122 \end{array} \right\} med: 2x + 16y - 122 = 0 \Leftrightarrow x + 8y - 61 = 0$$

Problème 2. PARTIES INDEPENDANTES

On donne la droite $d: 5x-12y+7=0$.

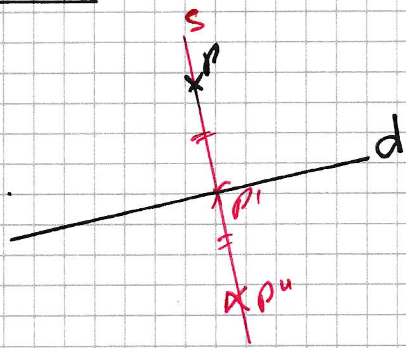
a. Déterminez la pente et l'angle directeur de cette droite.

- On a: $y=\frac{5}{12}x+\frac{7}{12}$, d'où $m=\frac{5}{12}$.
- On a: $\frac{5}{12}=\tan\alpha \Leftrightarrow \alpha \simeq 22{,}62°$.

b. Déterminez les coordonnées de la projection du point $P(3;30)$ sur d, ainsi que les coordonnées du symétrique de P relativement à d.

① Éq de $s \perp d$ avec $P\in s$:

$$\left.\begin{array}{l} s: 12x+5y+k=0 \\ P\in s: 36+150+k=0 \Leftrightarrow k=-186 \end{array}\right\} s: 12x+5y-186=0.$$



② $\{P'\}=s\cap d$: $\begin{cases} 12x+5y-186=0 \\ 5x-12y+7=0 \end{cases} \begin{vmatrix} 5 \\ -12 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 12 \\ 5 \end{vmatrix} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 169y-1014=0 \Leftrightarrow y=6 \\ 169x-2197=0 \Leftrightarrow x=13 \end{cases}$ i.e. $P'(13;6)$

③ $\vec{OP''}=\vec{OP}+2\vec{PP'}=\begin{pmatrix}3\\30\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}10\\-24\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}23\\-18\end{pmatrix}$ i.e. $P''(23;-18)$

c. Quel est l'angle aigu entre la droite d et la droite $e: 4x+y-1=0$?

On a, $d: y=\frac{5}{12}x+\frac{7}{12}$: $m_d=\frac{5}{12}$; $e: y=-4x+1$: $m_e=-4$

On a, $\tan\phi=\left|\frac{m_e-m_d}{1+m_d m_e}\right|=\left|\frac{-4-\frac{5}{12}}{1-4\cdot\frac{5}{12}}\right|=\left|\frac{\frac{-53}{12}}{\frac{-8}{12}}\right|=\frac{53}{8} \Leftrightarrow \phi \simeq 81{,}42°$.

d. Donnez les coordonnées d'un point de d dont les deux coordonnées sont égales, ainsi que celles des points d'intersection de d avec les axes.

① $x=y$ dans d: $5x-12x+7=0 \Leftrightarrow 7=7x \Leftrightarrow x=1=y$: $I(1;1)$

② sur Ox: $y=0$: $5x+7=0 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{5}$: $X(-\frac{7}{5};0)$

③ sur Oy: $x=0$: $-12y+7=0 \Leftrightarrow y=\frac{7}{12}$: $Y(0;\frac{7}{12})$.