

NOM et PRENOM : **CORRIGÉ** Il faut tout justifier et expliquer!

$1M_2 \ 1M_3 \ 1M_4 \ 4M_1 : 1 \cdot 1 \cdot C_1^3 \cdot C_4^{13} = 3 \cdot 717 = 2147$
 $1M_2 \ 1M_3 \ 2M_4 \ 3M_1 : 1 \cdot 1 \cdot C_2^3 \cdot C_3^{13} = 3 \cdot 286 = 858$
 $1M_2 \ 1M_3 \ 3M_4 \ 2M_1 : 1 \cdot 1 \cdot C_3^3 \cdot C_2^{13} = 78$

TOTAL: $Z = \underline{3081}$

Partie B - On ne considère plus que les 13 élèves de la 3M1 et on désire former des comités de 5 élèves.

e. Combien de possibilités y a-t-il en tout ?

Choix de 5 parmi 13 : $C_{5}^{13} = 1'287$

f. Deux élèves de cette 3M1 – appelons-les Delia et Leva (noms d'emprunt, vrais noms connus de la rédaction) – ne veulent venir qu'ensemble. Combien de possibilités y a-t-il ?

2 cas : D+L n'ont pas : $C_{2}^{2} \cdot C_{3}^{M} = 165$
L+D 3 autres

D+L n'ont pas : on choisit les 3 parmi les autres : $C_{3}^{M} = 462$

Total : $165 + 462 = 627$

g. Au grand dam de Delia et Leva, leur professeur a décidé qu'elles ne pouvaient pas se retrouver ensemble dans un comité. Combien de possibilités y a-t-il alors ?

3 cas : $\left. \begin{array}{l} L+D absentes : C_{5}^{M} \\ L absente, D présente : C_{4}^{M} \\ D absente, L présente : C_{4}^{M} \end{array} \right\} \text{Total : } C_{5}^{M} + 2 \cdot C_{4}^{M} = 462 + 2 \cdot 330 = 1122$

2. Combien de "mots" différents peut-on former avec les lettres

JADORELACOMBINATOIRE ?

Il y a un total de 20 lettres, dont :

A : 3x	E : 2x	M : 1x	T : 1x
B : 1x	I : 2x	N : 1x	
C : 1x	J : 1x	O : 3x	
D : 1x	L : 1x	R : 2x	

on a donc une permutation avec répétitions :

$$P(20; 3, 3, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1) = \frac{20!}{3! 3! 2! 2! 2!} \approx 8,448 \cdot 10^{11}$$

3. On considère les lettres

COMBINERA ?

a. Combien de "mots" différents de 5 lettres peut-on former avec ces lettres ?

Les lettres sont toutes différentes et il y en a 9 (4 voyelles, 5 consonnes).

Alas : choix avec ordre de 5 lettres parmi 9 : $A_5^9 = 15'120$.

b. Combien de ces "mots" contiennent toutes les voyelles ?

Il y a 4 voyelles. Il faut choisir une consonne : $C_1^5 = 5$ } Total :
Il faut permute ces 5 lettres $5!$ } $5 \cdot 5! = 600$.

c. Combien de ces "mots" commencent et se terminent par une voyelle ?

M1 : choix des deux voyelles : $C_2^4 = 6$
Placement des 2 voyelles aux deux places extrêmes : $2! = 2$
Choix des 3 consonnes : $C_3^7 = 35$
Placement des 3 consonnes : $3! = 6$
Total : $C_2^4 \cdot 2 \cdot C_3^7 \cdot 3! = 2520$.

M2 : choix avec ordre des 2 voyelles : $A_2^4 = 12$
choix avec ordre des 3 consonnes : $A_3^7 = 210$ } Total : $A_2^4 \cdot A_3^7 = 2520$.

d. Combien de ces "mots" contiennent au moins 2 consonnes ?

M1 : Par le complémentaire :

$$\text{"Tous"} - \text{"1C+4V"} - \underbrace{\text{"0C+5V"}}_{\text{impossible !}} = \text{"Tous"} - \text{"1C+4V"} =$$

$$= \underbrace{15'120}_{\text{partie a}} - \underbrace{600}_{\text{partie b}} = \underline{14'520}.$$

M2. Tous les cas : $2C3V + 3C2V + 4C1V + 5C =$
 $= C_2^5 \cdot C_3^4 \cdot 5! + C_3^5 \cdot C_2^4 \cdot 5! + C_4^5 \cdot C_1^4 \cdot 5! + 5! =$
 $= 5! (10 \cdot 4 + 10 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 1) = 14'520.$

e. Combien de ces "mots" contiennent 3 consonnes voisines et 2 voyelles voisines ?

Deux ordres pour les groupes : $\boxed{CCC} \boxed{VV}$ } 2 } TOTAL :

M1: Choix avec ordre des 3 consonnes : A_3^5
 " " " " 2 voyelles : A_2^4 } $2 \cdot A_3^5 \cdot A_2^4 = 1'440.$

M2: Choix des 3 consonnes : $C_3^5 = 10$
 Placement des 3 consonnes : $P_3 = 3! = 6$
 Choix des 2 voyelles : $C_2^4 = 6$
 Permutations des 2 voyelles : $2! = 2$ } TOTAL: $2 \cdot C_3^5 \cdot 3! \cdot C_2^4 \cdot 2! = 1'440.$