

Problème 1.Résolvez les équations suivantes (solution exacte lorsque c'est possible!)

a. $\sin(x) = -0,27$ en radians.

$$\text{On a: } \sin x = -0,27 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -0,273 + k \cdot 2\pi \\ x = \pi - (-0,273) + k \cdot 2\pi = 3,415 + k \cdot 2\pi \end{cases}$$

b. $\cos(3x) = 0,720$ en degrés

$$\text{On a: } \cos(3x) = 0,720 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 43,95^\circ + k \cdot 360^\circ \Leftrightarrow x = 14,65^\circ + k \cdot 120^\circ \\ 3x = -43,95^\circ + k \cdot 360^\circ \Leftrightarrow x = -14,65^\circ + k \cdot 120^\circ \end{cases}$$

c. $6\sin^2 x - 7\sin x + 2 = 0$

$$\text{On a: } \sin x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{12} = \frac{7 \pm 1}{12} < \begin{cases} \frac{1}{2} = \sin x \\ \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = \sin x \end{cases}$$

$$\text{Resolvant à l'aide de: } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \\ x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 41,81^\circ + k \cdot 360^\circ \\ x = 138,19^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases}$$

d. $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 5\cos^2 x = 0$ en degrés

L'équation est homogène. On la divise par $\cos^2 x$:

$$3\tan^2 x + 2\tan x - 5 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{6} = \frac{-2 \pm 8}{6} < \begin{cases} 1 \\ -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{Resolvant à l'aide de: } \begin{cases} \tan x = 1 \Leftrightarrow x = 45^\circ + k \cdot 180^\circ \\ \tan x = -\frac{5}{3} \Leftrightarrow x = -59,04^\circ + k \cdot 180^\circ \end{cases}$$

e. $\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ en radians

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{2} = x + \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k \cdot \pi \\ 3x - \frac{\pi}{2} = \pi - \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} - x + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow \dots \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3x &= \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} - x + k2\pi \Leftrightarrow 4x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k \cdot \frac{\pi}{2} \\ x &= \frac{\pi}{3} + k \cdot \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Rightarrow 3x &= \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} - x + k2\pi \end{aligned}} \right\} x = \frac{\pi}{3} + k \cdot \frac{\pi}{2}$$

Simplifier: 40, 80
30, 60

f. $\sin(2x) = \cos(5x)$ en degrés

31

On a: $\sin(2x) = \cos(90^\circ - 2x) = \cos(5x) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 90^\circ - 2x = 5x + k \cdot 360^\circ \Leftrightarrow -7x = -90^\circ + k \cdot 360^\circ \Leftrightarrow \\ 90^\circ - 2x = -5x + k \cdot 360^\circ \Leftrightarrow 3x = -90^\circ + k \cdot 360^\circ \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{90^\circ}{7} + k \cdot \frac{360^\circ}{7} = 12,857^\circ + k \cdot 51,429^\circ \text{ (1)} \\ x = -30^\circ + k \cdot 120^\circ \text{ (2)} \end{cases}$$

16