

Suites

NOM et PRENOM : *Il faut tout justifier et expliquer !*

1. D'une suite arithmétique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ on connaît $u_{16} = -18$ et $S_{16} = 72$. Déterminez le premier terme de la suite ainsi que sa raison.

2. On considère la suite $\left(\frac{4n-7}{9n+3}\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$.

- a. Prouvez que cette suite est strictement croissante.
- b. Calculez la limite de la suite, puis prouvez – avec la définition – que cette limite est bien la bonne.
- c. On donne $\epsilon = 0.1$. Déterminez le plus petit nombre $N \in \mathbb{N}^*$ pour lequel

$$|L - u_n| < \epsilon, \forall n \geq N$$

où L est la limite obtenue dans la partie b.

- d. Prouvez, de deux manières différentes, que $M = \frac{7}{9}$ est un majorant de la suite.
- e. Déterminez les bornes supérieure et inférieure de la suite.

3. Prouvez rigoureusement que la suite $\left(\frac{3n^2}{2n-1}\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$ admet la limite $+\infty$.